

תוכן העניינים:

2	חשבון אינטגרלי
2	חשבון אינטגרלי
2	האינטגרל הלא-מסוים :
2	סיכום כללי :
3	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	מציאת פונקציה קדומה :
5	סיכום כללי :
5	שאלות :
7	תשובות סופיות :
8	האינטגרל המסוים :
8	סיכום כללי :
8	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	חישובי שטחים :
10	סיכום כללי :
12	שאלות :
17	תשובות סופיות :
18	שאלות מסכמות בחשבון אינטגרלי :
18	שאלות :
20	תשובות סופיות :

חשבון אינטגרלי

חשבון אינטגרלי

האינטגרל הלא-מסוים:

סיכום כללי:

נוסחה מרכזית:

$$\text{האינטגרל של פונקציה פולינומית: } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$$

הסבר לפי שלבים:

כדי לבצע אינטגרציה לביטוי x^n (מספר שלם וחיובי) עלינו לבצע את השלבים הבאים:

- (1) להוסיף 1 לחזקה.
- (2) לחלק את התוצאה ב- $n+1$.
- (3) היות ויתכן כי הפונקציה הקדומה כוללת מספר חופשי, נוסיף את הקבוע c .
לקבוע c קוראים בשם **קבוע האינטגרציה**.

מסקנות:

- בביצוע אינטגרציה לביטוי פולינומי הכולל מקדם, נשאר את המקדם גם בתוצאת האינטגרציה: $\int (A \cdot x^n) dx = A \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$.
- אינטגרל של קבוע מחושב ע"י 'הצמדת' x לקבוע המספרי: $\int A dx = Ax + c$.
- בביצוע אינטגרציה לביטוי הכולל מספר מחוברים, נבצע אינטגרל לכל ביטוי בנפרד.
- לעיתים, נקבל ביטוי שאינו מסודר בצורה של מחוברים. במקרה זה נסדר את הביטוי תחילה ורק אז נבצע את האינטגרציה.

שאלות:

1) חשב את ערכי האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int x^4 dx$	ב. $\int x^5 dx$	ג. $\int x^{13} dx$
ד. $\int 4x^3 dx$	ה. $\int 12x^2 dx$	ו. $\int 6x^7 dx$
ז. $\int 3x dx$	ח. $\int -2x dx$	ט. $\int \frac{x}{4} dx$
י. $\int \frac{x^3}{3} dx$	יא. $\int \frac{2}{5} x^4 dx$	יב. $\int -\frac{4}{7} x^3 dx$
יג. $\int dx$	יד. $\int 3 dx$	טו. $\int -10 dx$

2) חשב את ערכי האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int (x^2 + 4x) dx$	ב. $\int (x^3 - 1) dx$
ג. $\int (4x - x^4) dx$	ד. $\int \left(1 + \frac{1}{4}x^2\right) dx$
ה. $\int (3x^2 - 2x - 1) dx$	ו. $\int (2x^3 + x^2 - 6x) dx$
ז. $\int \frac{x^2 - 3x - 4}{6} dx$	ח. $\int \left(\frac{2 - x^4}{5} + \frac{1}{2}x\right) dx$

3) חשב את ערכי האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int x(x-3) dx$	ב. $\int (x-4)(x+7) dx$
ג. $\int (2x-1)^2 dx$	ד. $\int (x^2+2)(3-x) dx$

תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{x^5}{5} + c$ ב. $\frac{x^6}{6} + c$ ג. $\frac{x^{14}}{14} + c$ ד. $x^4 + c$ ה. $4x^3 + c$

ו. $\frac{3}{4}x^8 + c$ ז. $\frac{3}{2}x^2 + c$ ח. $-x^2 + c$ ט. $\frac{1}{8}x^2 + c$ י. $\frac{x^4}{12} + c$

יא. $\frac{2}{25}x^5 + c$ יב. $-\frac{1}{7}x^4 + c$ יג. $x + c$ יד. $3x + c$ טו. $-10x + c$

(2) א. $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + c$ ב. $\frac{x^4}{4} - x + c$

ג. $2x^2 - \frac{x^5}{5} + c$ ד. $x + \frac{x^3}{12} + c$

ה. $x^3 - x^2 - x + c$ ו. $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + c$

ז. $\frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{4} - \frac{2}{3}x + c$ ח. $\frac{2}{5}x - \frac{x^5}{25} + \frac{x^2}{4} + c$

א. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + c$ ב. $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 28x + c$

ג. $\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + c$ ד. $-\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2 + 6x + c$

מציאת פונקציה קדומה:

סיכום כללי:

ראינו כי פעולת האינטגרל מחזירה אותנו מהנגזרת $f'(x)$ אל הפונקציה $f(x)$.
אך יחד עם זאת, ראינו כי ייתכן ולפונקציה קבוע מספרי c .
כדי לבחור פונקציה אחת ויחידה יש לקבל נתון הקשור לפונקציה:

- נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה.
- ערכה של הפונקציה בנקודת קיצון.
- נקודת חיתוך עם הצירים.

נפתור שאלות העוסקות במציאת פונקציה קדומה בשני שלבים:

- (1) מציאת הפונקציה הקדומה ע"י ביצוע אינטגרציה על הנגזרת.
- (2) מציאת הפונקציה ע"י מציאת הקבוע c לפי נתוני השאלה.

שאלות:

(1) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x + 1$.
ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $(1, 5)$.
מצא את $f(x)$.

(2) נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 5x - 3$.
ידוע כי בנקודה שבה $x = 2$ ערך הפונקציה הוא -3 .
מצא את $f(x)$ ואת $f(0)$.

(3) נתון: $f'(x) = 3x^2 + 4x$. ידוע כי: $f(-1) = 5$. מצא את $f(x)$ ואת $f(1)$.

(4) הנגזרת של פונקציה היא: $f'(x) = \frac{2x^2 - 4}{5}$.

הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 2$. מהו $f(-1)$?

(5) נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = -x^2 + 3x$, $f(-1) = -\frac{1}{6}$.

א. מצא את $f(x)$.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(6) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 3x^2 + 3$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$ בהן שיפוע

המשיק לפונקציה הוא 15.

ידוע כי הישר $y = 15x + 17$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A שברביע הראשון.

ב. (1) מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.

(2) מצא את הפונקציה $f(x)$.

(7) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 16x^3 - 2$.

ידוע כי ערכה המינימלי של הפונקציה הוא 2.

א. מהי נקודת הקיצון של הפונקציה?

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

(8) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x$.

ערכה המקסימלי של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{16}$.

א. מצא את נקודת המקסימום של הפונקציה.

ב. מצא את $f(x)$.

ג. מצא את ערכה המינימלי של הפונקציה.

(9) הנגזרת של פונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 4x + a$, (a פרמטר).

לפונקציה נקודת מינימום החותכת את ציר ה- x עבור $x = 1$.

א. מה הוא ערכו של a ?

ב. מצא את $f(x)$.

תשובות סופיות:

$$. f(x) = x^2 + x + 3 \quad (1)$$

$$. f(x) = \frac{5}{2}x^2 - 3x - 7, f(0) = -7 \quad (2)$$

$$. f(x) = x^3 + 2x^2 + 4, f(1) = 7 \quad (3)$$

$$. f(-1) = 2\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$. \max\left(3, 2\frac{1}{2}\right), \min(0, -2) \quad \text{ב.} \quad f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 - 2 \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$. f(x) = x^3 + 3x + 33 \quad (2) \quad \text{ב.} \quad y_A = 47 \quad (1) \quad \text{ב.} \quad x = \pm 2 \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$. f(x) = 4x^4 - 2x + 2\frac{3}{4} \quad \text{ב.} \quad \min\left(\frac{1}{2}, 2\right) \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$. y = 0 \quad \text{א.} \quad f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 \quad \text{ב.} \quad \max\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{16}\right) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$. f(x) = 2x^2 - 4x + 2 \quad \text{ב.} \quad a = -4 \quad \text{א.} \quad (9)$$

האינטגרל המסוים:

סיכום כללי:

- כתיבת האינטגרל המסוים היא באופן הבא: $\int_a^b f(x) dx$
- כאשר a ו- b נקראים **גבולות האינטגרציה** (a הוא הגבול התחתון ו- b הוא הגבול העליון).
- לביטוי שבתוך האינטגרל נתייחס כאל פונקציה כלשהי שתסומן $f(x)$.
- אופן חישוב האינטגרל: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
- כאשר הפונקציה $F(x)$ מתקבלת מביצוע אינטגרציה על $f(x)$.
(הפונקציה $F(x)$ היא הפונקציה הקדומה של $f(x)$.)
- תוצאת חישוב אינטגרל מסוים היא מספר אשר יכול להיות חיובי, שלילי או אפס.
- בחישוב האינטגרל המסוים אין צורך בכתיבת קבוע האינטגרציה c מכיוון שהוא מתבטל.

שאלות:

1) חשב את ערכי האינטגרלים המסוימים הבאים:

א. $\int_1^2 x^2 dx$	ב. $\int_2^4 4x^3 dx$	ג. $\int_{-3}^0 2x^3 dx$
ד. $\int_{-2}^2 (x+2) dx$	ה. $\int_{-4}^4 (x^2+1) dx$	ו. $\int_0^1 (x^3-x) dx$
ז. $\int_{\frac{1}{2}}^3 (x^2+x+2) dx$	ח. $\int_{-3}^3 x(x^2-9) dx$	ט. $\int_{-1}^1 (1-2x^2)^2 dx$
י. $\int_1^{2.5} \left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3\right) dx$	יא. $\int_3^6 \left(\frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{6}\right) dx$	
יב. $\int_{-4}^2 x(x+4)^2 dx$	יג. $\int_{-2}^0 (2x+1)(2x-6) dx$	

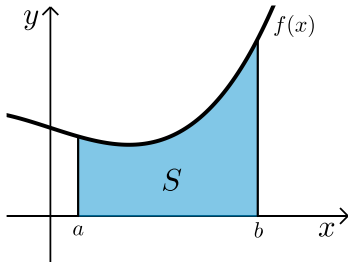
תשובות סופיות:

ה. $50\frac{2}{3}$	ד. 8	ג. -40.5	ב. 240	א. $2\frac{1}{3}$ (1)
י. $-1\frac{11}{48}$	ט. $\frac{14}{15}$	ח. 0	ז. $18\frac{1}{3}$	ו. $-\frac{1}{4}$
		יג. $18\frac{2}{3}$	יב. 36	יא. 61

חישובי שטחים:

סיכום כללי:

חישוב שטח יסודי:



השטח המוגבל בין גרף של פונקציה אי-שלילית $f(x)$ וציר ה- x בתחום שבין הישרים $x=a$ (הגבול התחתון) ו- $x=b$ (הגבול העליון) שווה לאינטגרל המסוים הבא:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

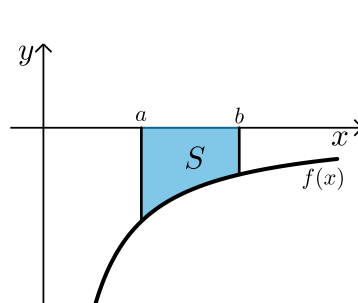
הגבול העליון \swarrow
 b
 \searrow הגבול התחתון
 a
 הפונקציה \swarrow
 $f(x)$
 השטח המבוקש \rightarrow

מסקנה:

בחישוב שטח הכלוא בין גרף פונקציה וציר ה- x , גבולות השטח (כלומר: גבולות האינטגרל) יכולים להיות ישרים אנכיים מהצורה $x=k$ או נקודות חיתוך עם ציר ה- x . במידה ומדובר בנקודות חיתוך, לרוב נתבקש למצוא אותן בשאלות כסעיפים מקדימים לחישוב השטח עצמו.

חישוב שטח הכלוא מתחת לציר ה- x :

אם בתחום מסוים $a \leq x \leq b$ גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לציר ה- x (או משיק לו), אז השטח S המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישרים $x=a$

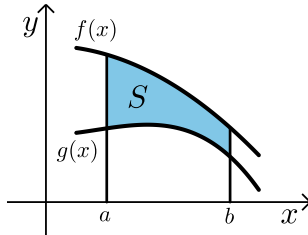


$$S = -\int_a^b f(x) dx \quad \text{ו-} x=b \text{ הוא}$$

חישוב שטח המוגבל על ידי גרפים של שתי פונקציות:

אם בתחום מסוים $a \leq x \leq b$ נתונים הגרפים של שתי פונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וידוע כי בתחום זה גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מעל לגרף הפונקציה $g(x)$,

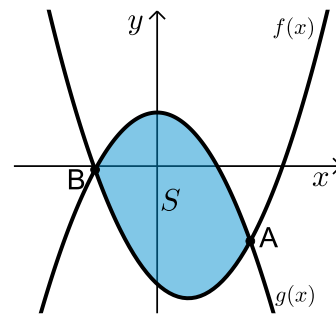
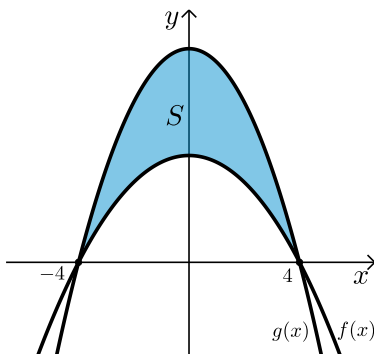
אז השטח S המוגבל בין הגרפים של הפונקציות הוא: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$



דוגמאות נוספות לשטחים הכלואים בין שתי פונקציות:

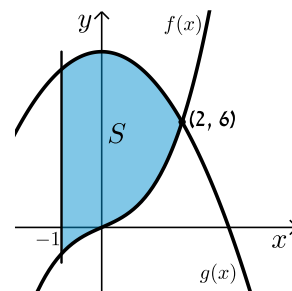
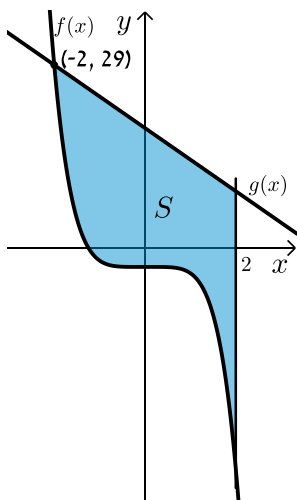
(לפתרון באופן עצמאי - תשובות סופיות מופיעות בסרטון התיאוריה).

נתון: $f(x) = 15 - x^2$, $g(x) = x^2 - 4x - 33$ נתון: $f(x) = -x^2 + 16$, $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8$



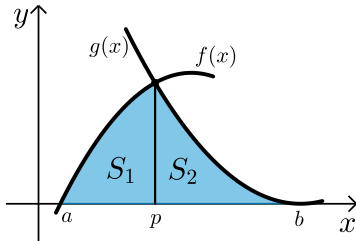
נתון: $f(x) = -x^5 - 3$, $g(x) = -5x + 19$

נתון: $g(x) = 10 - x^2$, $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + x$



חישוב שטח מורכב:

כדי לחשב שטח S בתחום $a \leq x \leq b$ המוגבל בין גרפים של שתי פונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ וציר ה- x , נפצל אותו לשני שטחים S_1 ו- S_2 אשר כל אחד יחושב בנפרד.



נסמן ב- p ($a < p < b$) את ערך ה- x לפיצול השטח.

נמצא את $x = p$ ע"י אחת משתי האפשרויות (תלוי בשאלה):

- נקודת החיתוך שבין הגרפים של הפונקציות.
- נקודת החיתוך של אחת הפונקציות עם ציר ה- x .

$$S = S_1 + S_2 = \int_a^p f(x) dx + \int_p^b g(x) dx$$

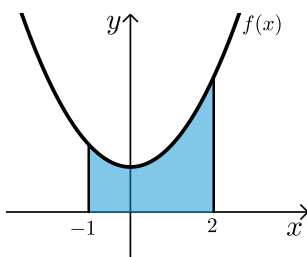
סכום השטחים ייתן את התוצאה המבוקשת:

הערה:

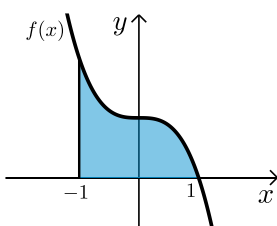
לעיתים אחד השטחים עשוי להיות מוגבל בין שתי הפונקציות. במקרה זה נחשב אותו באמצעות אינטגרל של הפרש בין שתי הפונקציות כפי שעשינו בעבר.

שאלות:

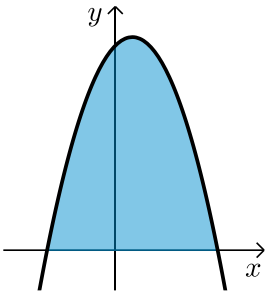
חישובי שטחים יסודיים:



(1) חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 2$ וציר ה- x בתחום שבין $x = -1$ ו- $x = 2$ כמתואר באיור.

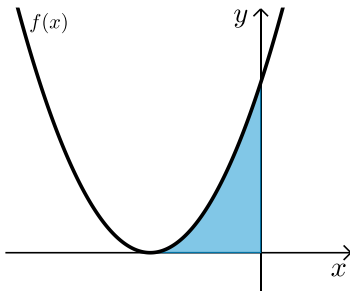


(2) מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה: $f(x) = -x^3 + 1$, הישר $x = -1$, הנקודה שבה $x = 1$ וציר ה- x (ראה איור).



3 נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + x + 6$.

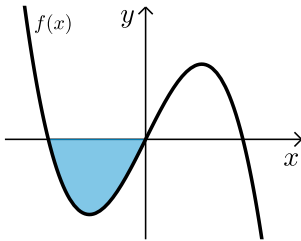
- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וציר ה- x .



4 נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+3)^2$.

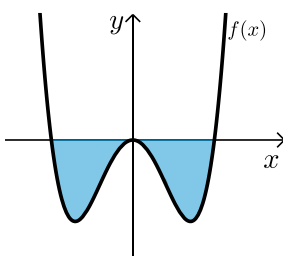
- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ב. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והצירים ברביע השני.

חישובים עם שטח הכלוא מתחת לציר ה- x :



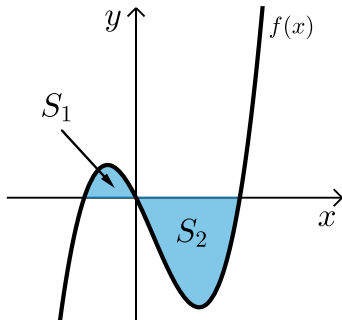
5 נתונה הפונקציה: $f(x) = x(4-x^2)$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה וציר ה- x ברביע השלישי (השטח המסומן באיור).



6 חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2$

וציר ה- x (השטח המסומן באיור).



7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$.

יוצרים את השטחים S_1 ו- S_2 בין גרף הפונקציה וציר ה- x כמתואר באיור.

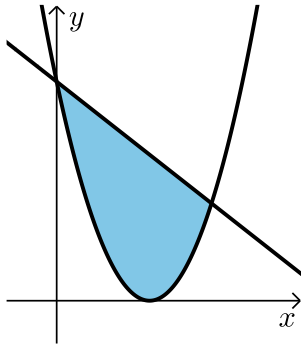
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. חשב את ערך האינטגרל: $\int_{-1}^2 (x^3 - x^2 - 2x) dx$.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x .

ד. הסבר מדוע תוצאותיך מסעיפים ב ו-ג שונות.

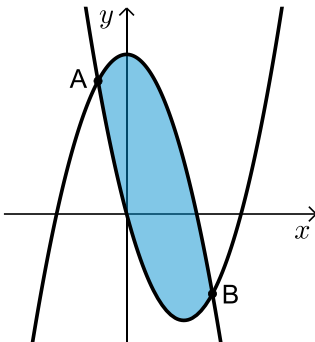
חישובים עם שטח הכלוא בין שתי פונקציות:



8 נתונות הפונקציות: $y = (x-3)^2$; $y = -x + 9$.

א. מצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

ב. מצא את השטח הכלוא ביניהן.



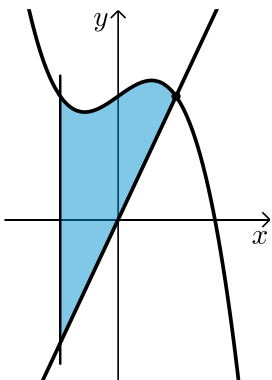
9 באיור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 4x \text{ ו- } g(x) = -x^2 + 6$$

הגרפים נחתכים בשתי נקודות A ו-B (משמאל לציר ה- y).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שתי הפונקציות.



10 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^3 + x + 3$

והישר $y = 3x$.

א. הראה כי הפונקציה והישר נחתכים בנקודה שבה $x = 1$.

ב. מצא את השטח הכלוא בין הפונקציה והישר

בתחום שבין $x = -1$ ו- $x = 1$.

11 נתונות שתי הפרבולות הבאות :

$$f(x) = -x^2 + 4x + 3 \text{ ו- } g(x) = 2x^2 - 5x - 9$$

הפרבולות נחתכות בנקודות A ו-B (משמאל ל-B).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

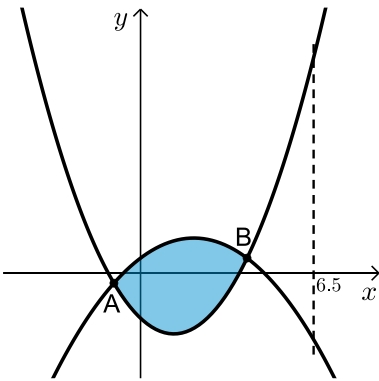
ב. מהו השטח הכלוא בין שתי הפונקציות?

ג. (1) חשב את השטח הכלוא בין הפונקציות $f(x)$

ו- $g(x)$, הנקודה B והישר $x = 6.5$.

(2) נסמן ב- S_1 את השטח שמצאת בסעיף ב וב- S_2

את השטח שמצאת בסעיף ג (1). מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$?



חישוב שטח הכלוא בין שתי פונקציות וציר ה- x (שטח מורכב):

12 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ו- $g(x) = 3x^2 - 15x + 23$.

באיור שלפניך מסומנים הגרפים של הפונקציות ב-I ו-II.

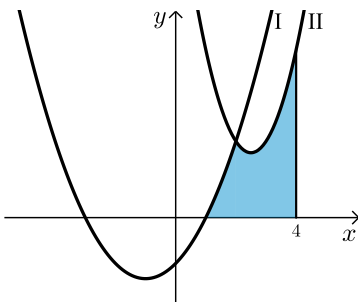
א. קבע איזו פונקציה מתאימה לגרף I

ואיזו פונקציה מתאימה לגרף II. נמק.

ב. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.

ג. חשב את השטח הכלוא בין הפונקציות,

ציר ה- x והישר $x = 4$ (המסומן באיור).



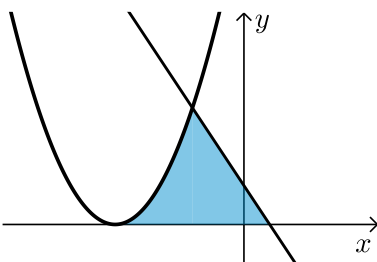
13 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+5)^2$

והישר: $y = -3x + 3$.

א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,

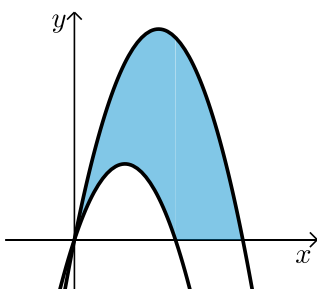
הישר וציר ה- x (השטח המסומן).



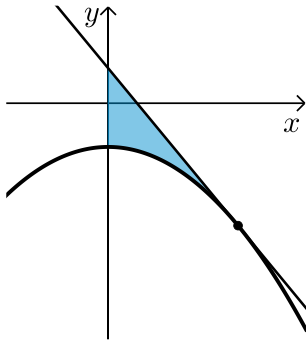
14 נתונות הפרבולות: $f(x) = -x^2 + 5x$ ו- $g(x) = -x^2 + 3x$.

חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפרבולות

וציר ה- x .



שטחים הכוללים מציאת משוואת משיק:

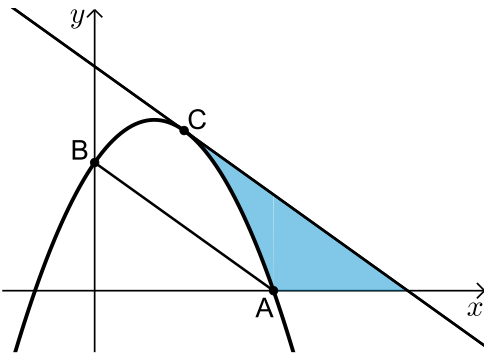


15 נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 - 5$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$.
 ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה, המשיק וציר ה- y .

16 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x + 12$.

הפונקציה חותכת את חלקו החיובי של ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.



- א. (1) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 (2) מצא את שיפוע הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
 מעבירים משיק לגרף הפונקציה מהנקודה C. ידוע כי המשיק מקביל לישר AB.
 ב. (1) מצא את משוואת המשיק.
 (2) מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

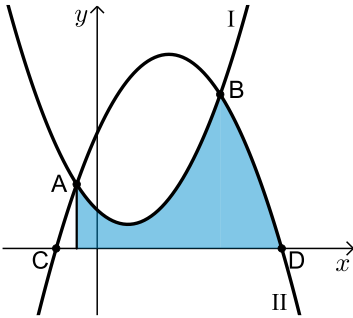
ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- x (השטח המסומן באיור).

תשובות סופיות:

- (1) 9 יח"ש $S =$
- (2) 2 יח"ש $S =$
- (3) א. $(-2, 0)$, $(3, 0)$ ב. $20\frac{5}{6}$ יח"ש $S =$
- (4) א. $(-3, 0)$, $(0, 9)$ ב. 9 יח"ש $S =$
- (5) א. $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 0)$ ב. 4 יח"ש $S =$
- (6) $4\frac{4}{15}$ יח"ש $S =$
- (7) א. $(-1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 0)$ ב. $-2.25 = -\frac{9}{4}$ ג. $3\frac{1}{12}$ יח"ש.
- ד. בסעיף ב חושב אינטגרל הכולל ערכים שליליים ובסעיף ג האינטגרל חושב תוך התחשבות בקיום שטח שנמצא מתחת לציר ה- x .
- (8) א. $(5, 4)$, $(0, 9)$ ב. $20\frac{5}{6}$ יח"ש $S =$
- (9) א. $A(-1, 5)$, $B(3, -3)$ ב. $21\frac{1}{3}$ יח"ש $S =$
- (10) א. הוכחה. ב. 6 יח"ש $S =$
- (11) א. $A(-1, -2)$, $B(4, 3)$ ב. $62\frac{1}{2}$ יח"ש $S =$ ג. $62\frac{1}{2}$ יח"ש $S =$
- ד. $\frac{S_1}{S_2} = 1$
- (12) א. $I - f(x)$, $II - g(x)$ ב. $(2, 5)$, $(6\frac{1}{2}, 52\frac{1}{4})$ ג. $13\frac{1}{3}$ יח"ש $S =$
- (13) א. $(-11, 36)$, $(-2, 9)$ ב. $22\frac{1}{2}$ יח"ש $S =$
- (14) $16\frac{1}{3}$ יח"ש $S =$
- (15) א. $y = -6x + 4$ ב. 9 יח"ש $S =$
- (16) א. (1) $A(6, 0)$, $B(0, 12)$ א. (2) $m_{AB} = -2$ ב. (1) $y = -2x + 21$ ג. $29\frac{1}{4}$ יח"ש $S =$
- ב. (2) $(10\frac{1}{2}, 0)$

שאלות מסכמות בחשבון אינטגרלי:

שאלות:



1) הגרפים I ו-II בסרטוט שלפניך מתארים את הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 3x + 6, \quad g(x) = -x^2 + 7x + 18$$

א. איזה מן הגרפים I ו-II מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$

ואיזה מהם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

גרף II חותך את ציר ה- x בנקודות C ו-D כמתואר בסרטוט.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

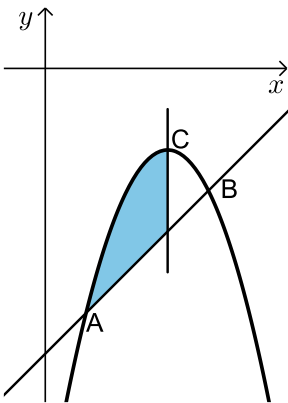
הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודות A ו-B כמתואר בסרטוט.

ג. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- x .

ד. מצא את השטח המסומן בסרטוט: השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי

גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



2) בסרטוט שלפניך מוצגים הפרבולה: $f(x) = -x^2 + 6x - 11$

$$\text{והישר: } y = x - 7$$

הפרבולה והישר נחתכים בנקודות A ו-B.

הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפרבולה.

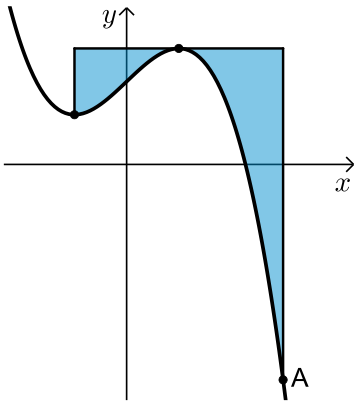
א. מצא את שיעורי הנקודה C.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

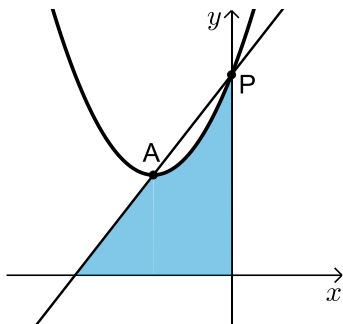
דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x .

ג. חשב את השטח המוגבל משמאל לאנך, הפרבולה

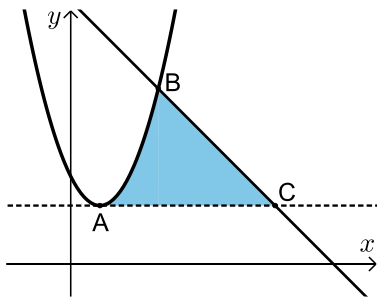
והישר (השטח המסומן בסרטוט).



- 3) בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = -x^3 + 3x + 5$.
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.
 - הנקודה A שבה $x = 3$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף ב, על ידי אנך היוצא מנקודת המינימום של הפונקציה ועל ידי אנך היוצא מהנקודה A (השטח המסומן בסרטוט).



- 4) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 4x + 8$.
- הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה P. הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה. מעבירים ישר דרך הנקודות A ו-P (ראה איור).
 - מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-P.
 - מצא את נקודת החיתוך של הישר שמצאת בסעיף הקודם עם ציר ה- x .
 - חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, הישר שמצאת והצירים (השטח המסומן באיור).



- 5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
- $$f(x) = x^2 - 2x + 3, \quad g(x) = -x + 9$$
- שני הגרפים נחתכים בנקודה B(3,6).
- הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי הנקודה A.
 - הישר $y = 2$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A.
 - הישר המשיק חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה C.
 - מצא את שיעורי הנקודה C.
 - מצא את השטח המסומן באיור: השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישר $y = 2$.

תשובות סופיות:

א. $A(-1,10), B(6,24)$ ג. $C(-2,0), D(9,0)$ ב. א. $I-f(x), II-g(x)$ (1)

ד. $S = 102\frac{1}{3}$ יח"ש

א. $S = 3\frac{1}{3}$ יח"ש ג. $A(1,-6), B(4,-3)$ ב. א. $C(3,-2)$ (2)

ג. $S = 16$ יח"ש א. $\max(1,7), \min(-1,3)$ (3) ב. $y = 7$

א. $S = 14\frac{2}{3}$ יח"ש ג. $(-4,0)$ ב. א. $AP: y = 2x + 8$ (4)

א. $S = 10\frac{2}{3}$ יח"ש ג. א. $A(1,2)$ (5) ב. $C(7,2)$